Una Verificación Empírica del Modelo de Harrod – Domar en Argentina: 1914-1984

José Luis Espert

Diciembre 1987

Preparado para el Master en Estadística del
Instituto de Investigaciones Estadísticas, Universidad
de Tucumán Argentina y
Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y
Técnicas

Diciembre 1987

"UNA VERIFICACION EMPIRICA DEL MODELO DE HARROD - DOMAR"

EL PERIODO 1914 - 1984

JOSE LUIS ESPERT

UNIVERSIDAD NACIONAL DE TUCUMAN

I N D I C E

V E R I F I C A C I O N   E M P I R I C A

OBJETIVOS

En el presente trabajo, se analiza desde el punto de vista empírico (en el apéndice puede verse una exposición teórica) al modelo de Harrod - Domar.

Ambas personalidades, no solo estuvieron preocupadas por problemas teóricos en economía, sino también, por el desenvolvimiento de las economías en el segundo período de postguerra.

Los trabajos de Harrod (1939), (1948) y de Domar (1946), (1947) trajeron aparejada una importante corriente de pensamiento, altamente preocupada por los problemas de crecimiento de las economías.

En Argentina, el único trabajo con el cual se ha contado durante la realización del presente estudio referido a una verificación empírica del modelo que nos ocupa, pertenece a A. H. Petrei.

Los principales resultados de la investigación desarrollada por éste son los siguientes:

1- Estimación de la tasa de crecimiento del ingreso.

Se realiza mediante una regresión del ln Y_t en el tiempo, o sea:

$$\ln Y_t = \ln Y_0 + n.t$$

La estimación del modelo (mediante el método de mínimos cuadrados ordinarios) es:

$$\widehat{\ln Y_t} = 10,82991 \pm 0,019145 \ . \ t$$

En esta ecuación podemos ver que la tasa a la cual creció la economía argentina en el período analizado (1950-1960), es del 1,91 % anual.

2- Estimación de la tasa de crecimiento de la inversión neta

El modelo planteado es el mismo que en (1) y su estimación (siempre por el método de mínimos cuadrados ordinarios) es:

$$\widehat{\ln Y_t} = 8,615375 - 0,041375 \ . \ t$$

La ecuación nos dice que, la inversión, disminuyó en el período considerado, a una tasa acumulativa anual del 4,14 %.

También, se presentan los resultados que surgen de la exclusión de los años 1953 y 1959, por considerarse que los mismos habían presentado niveles de inversión anormalmente bajos:

$$\widehat{\ln Y_t} = 8,637855 - 0,0174 \ . \ t$$

Si bien, para el período analizado, la inversión experimenta todavía una tasa de crecimiento negativa, ésta ahora es sustancialmente más baja.

3- Estimación de la propensión marginal a ahorrar.

Se efectúa en forma diferencial a partir de la estimación de la propensión marginal a consumir.

La función de consumo propuesta con tal fin es de la siguiente forma:

$$C = a + b \cdot Y$$

Los resultados, por el método de mínimos cuadrados ordinarios son:

$$\hat{C} = 2{,}093 + 0{,}88854 \cdot Y$$

de donde surge que 1 - 0,88854 = 0,11146 es la propensión marginal a ahorrar.

Alternativamente, Petrei plantea una función consumo basada en la hipótesis del ingreso permanente. Esta teoría, que surge junto a las hipótesis del ciclo vital y de la renta relativa..., intenta dar una explicación formalizada del conocido "enigma sobre la función consumo" que apareció a partir de los resultados de Simon Kuznets (1). Éstos sugieren, utilizando medias a largo plazo, que hay poca variación en la proporción entre el consumo y la renta y, en concreto, que la propensión media no tiende a decrecer a medida que aumenta la renta disponible. Esta es una evidencia empírica.

La otra evidencia empírica y, que junto con la anterior dieron origen a aquel enigma, es la estimación de la función de consumo típica ($C = \bar{C} + c \cdot Y$) en el período 1920 - 1941 para los E.E. U.U. según la cual, la propensión media a consumir decrece a medida que aumenta el ingreso (2).

La función consumo planteada, es entonces, $C = c \cdot Y$.

La estimación de la misma por el método de mínimos cuadrados ordinarios fue:

$$\hat{C} = 0{,}881 \cdot Y$$

Nuevamente y en forma diferencial, se obtiene la propensión marginal a ahorrar: 0,119 (s).

A partir de la estimación de esta última magnitud, Petrei obtiene el coeficiente producto - capital, como una manera de aproximarnos a lo que en terminología de Domar se conoce con el nombre de "productividad potencial social promedio de la inversión" (σ). El mencionado coeficiente, toma un valor para el período analizado de 0,25.

La estimación de la tasa garantizada surge entonces a partir del siguiente producto:

(1) Simon Kuznets, "National Product since 1869" y "National Income, A Summary of

$s \cdot \sigma = 0{,}119 \cdot 0{,}25 = 0{,}02975$

2,975% es una estimación de la tasa de crecimiento garantizada para el período 1950-1960 en la Argentina.

MODELO ECONOMICO

En el modelo de Harrod - Domar, la tasa de crecimiento del producto que permite la consecución del equilibrio es la llamada "tasa garantizada", G_W.

En el apéndice teórico puede verse que, la anterior afirmación, implica lo siguiente:

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{s}{v} = G_W \qquad \text{(E-1)}$$

$\frac{\dot{Y}}{Y}$ es la tasa de crecimiento del producto , $\dot{Y} = \frac{dY}{dt}$;

s, la propensión media y marginal a ahorrar

$\frac{S}{Y}$ y v la relación capital - producto $\frac{K}{Y}$.

En términos discretos, (E-1) puede ser reescrita de la siguiente manera:

$$\frac{\Delta Y_t}{Y_{t-1}} = \frac{s}{v}$$

$$\frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} = \frac{s}{v}$$

$$Y_t - Y_{t-1} = \left(\frac{s}{v}\right) \cdot Y_{t-1} \implies \Delta Y_t = \left(\frac{s}{v}\right) \cdot Y_{t-1}$$

El modelo que estimamos a partir de la ecuación anterior es el siguiente:

$$\Delta Y_t = \left(\frac{s}{v}\right) \cdot Y_{t-1} + u_t \qquad \text{(E-2)}$$

Despejando Y_t :

$$Y_t = \left(1 + \frac{s}{v}\right) \cdot Y_{t-1} + u_t \qquad \text{(E-3)}$$

(E-2) será el centro del análisis que se realiza en este trabajo.

Fuera del marco teórico implicado por el modelo de Harrod - Domar, se plantea estimar mediante regresiones, la tasa de crecimiento del producto, la inversión, el stock de capital, el empleo y la población.

METODOLOGIA

Para la estimación de las tasas de crecimiento mencionadas anteriormente, se plantearon ecuaciones logarítmicas del siguiente tipo:

Tasa de crecimiento del producto: $\ln Y_t = C_0 + C_1 \cdot t + u_t$

Tasa de crecimiento de la inversión neta: $\ln I_t = C_0 + C_1 \cdot t + u_t$

Tasa de crecimiento del stock de capital: $\ln K_t = C_0 + C_1 \cdot t + u_t$

Tasa de crecimiento de la población: $\ln P_t = C_0 + C_1 \cdot t + u_t$

Tasa de crecimiento del empleo: $\ln N_t = C_0 + C_1 \cdot t + u_t$

Tomemos:

$$\ln Y_t = C_0 + C_1 \cdot t + u_t$$

Su estimación es:

$$\widehat{\ln Y_t} = \hat{C}_0 + \hat{C}_1 \cdot t$$

Derivando en ambos miembros:

$$\frac{d}{dt} \widehat{\ln Y_t} = \hat{C}_1$$

$$\frac{d}{dt} \hat{Y}_t \cdot \frac{1}{\hat{Y}_t} = \hat{C}_1$$

Reordenando términos:

$$\frac{\frac{d \hat{Y}_t}{dt}}{\hat{Y}_t} = \hat{C}_1 = \widehat{\left(\frac{\dot{Y}}{Y} \right)}$$

Este resultado puede ser extendido a las demás ecuaciones, siendo entonces $\hat{C}_1$ un estimador de la tasa de crecimiento del concepto que se trate.

$\hat{C}_1$ por el método de mínimos cuadrados ordinarios, es un estimador consistente, insesgado y eficiente.

El obtener una estimación de las tasas de crecimiento anteriormente nombradas, mediante una metodología que involucre un modelo econométrico, permite la utilización de toda la información disponible.

Esta formulación es claramente ventajosa frente a una alternativa que podría plantearse y que sería calcular las tasas de crecimiento de la manera en que se procede con datos demográficos: $q = \sqrt[n]{\frac{P_t}{P_0}}$, es decir, que se toma la población entre dos censos y se supone que año a año, entre los censos, la población se ha mantenido con una tasa de crecimiento que es la que surge de aquella fórmula.

Este supuesto no necesariamente se compadece con la realidad, dado que pueden haberse producido fuertes oscilaciones año a año en la población, y el supuesto de estabilidad en la tasa de crecimiento quedaría desvirtuado.

También, la formulación presentada, es ventajosa respecto a tomar un promedio de las tasas de crecimiento anuales, para obtener las tasas de crecimiento de cada uno de los períodos; dado que aquella implica un criterio de optimización (minimización de la suma de los residuos cuadráticos) frente a esta última que es una simple transformación lineal de los datos.

La estimación de (E-2) permite la obtención de la siguiente ecuación:

$$\widehat{\Delta Y_t} = \widehat{\left(\frac{s}{v}\right)} \cdot Y_{t-1}$$

Al estimarse el modelo (E-2) sin constante, no podemos estar seguros que podremos cumplir con $\sum_{i=1}^{n} e_i = 0$ esta es una de las ecuaciones normales que surgen de la minimización de $\sum_{i=1}^{n} e_i^2$ cuando el modelo a estimar contiene la constante.

De todas maneras, sería de esperar que la recta de regresión minimocuadrática pasara por el centro del diagrama de dispersión formado por ΔY_t e Y_{t-1}.

La estimación de la ecuación (E-2) generará un estimador de $\frac{s}{v}$ que será consistente, sesgado e ineficiente.

Habitualmente, las variables explicativas de los modelos econométricos, se plantean como exógenas, de manera que no se encuentran conectadas con la variable dependiente. Sin embargo, en la ecuación (E-3) podemos ver que Y_t es función de Y_{t-1}, o sea, la variable dependiente es función de si misma rezagado un período. Si Y_t

es una variable aleatoria, al ser función de otra variable aleatoria (u_t), Y_{t-1} también será una variable estocástica, con lo cual, en (E-3) no tenemos ninguna componente no aleatoria (lo mismo podemos decir para (E-2)). La consecuencia de ello es que, la estimación del parámetro $\frac{s}{v}$, será consistente pero no eficiente ni insesgado.

En el modelo $Y_t = A + B X_t + u_t$ con u_t aleatoria (ruido blanco) y X_t exógena:

$$\text{cov}\,(X_t\ ,\ \varepsilon_t) = 0$$

$$\text{cov}\,(X_t\ ,\ \varepsilon_{t-1}) = 0$$

$$\text{cov}\,(X_t\ ,\ \varepsilon_{t+1}) = 0$$

O sea que X_t no está conectada ni en forma contemporánea, ni pasada, ni futura con ε.

En (E-3) lo anteriormente expuesto, solamente se cumple para la relación contemporánea. Esta precisamente es la fuente del sesgo en la estimación del parámetro de la ecuación (E-3).

Debemos puntualizar que, en (E-2), el parámetro que se estima es $\frac{s}{v}$, mientras que en (E-3) es $1 + \frac{s}{v}$. Entonces, la interpretación de las estimaciones de esos parámetros debe hacerse con cuidado: si a partir de la estimación de (E-3) queremos conocer la estimación de $\frac{s}{v}$, deberíamos restar 1 de la estimación del parámetro de (E-3).

Adicionalmente se realizó una regresión del consumo total en el producto para presentar una forma alternativa a la anterior, en la estimación de $\frac{s}{v}$.

El modelo planteado fue:

$$C_t = C_0 + C_1 \cdot Y_t + u_t$$

De la estimación de C_1 surge mediante $1 - \widehat{C_1}$ una estimación de s y así de $\frac{s}{v}$ (lo denotamos como s' y $\frac{s'}{v}$).

RESULTADOS

En el cuadro que corresponde a esta sección, se detallan los resultados obtenidos. Estos pueden ser divididos de la siguiente manera: la primera parte del cuadro que se encuentra en la página N° 9 , corresponde a la estimación por mínimos ordinarios de las siguientes ecuaciones:

$\ln Y_t$ (1)

$\ln I_t$ (2)

$\ln K_t$ (3)

$\ln P_t$ (4)

$\ln N_t$ (5)

ΔY_t (6)

C_t (7)

Estos modelos planteados, son todos, en una variable independiente únicamente, de manera tal que, los números que se encuentran en cada casilla corresponden a la estimación del coeficiente de esa única variable independiente y al valor del estadístico t (entre paréntesis) mediante el cual , se testa la hipótesis nula de que el respectivo parámetro que se estima sea no significativo.-

En estas 6 regresiones, el objetivo, no fue intentar ver si la variable independiente era relevante o no para explicar la variabilidad de la variable dependiente, de todas maneras, un valor alto de t nos da cierta seguridad sobre la estimación realizada. En las 5 primeras regresiones se estima la tasa de crecimiento de cada uno de los conceptos involucrados. En la 6^{ta}, el objetivo fue analizar en forma comparativa, la estimación de $\frac{s}{v}$ que surgía de esa regresión, con el verdadero valor del parámetro que en nuestro caso era conocido.

De manera tal que, siguen siendo válidas las aclaraciones realizadas antes sobre la importancia que para nosotros reviste el estadístico t. Estos conceptos podríamos extenderlos también para interpretar adecuadamente R^2 y $\bar{R}^2$ (corrección por grados de libertad de R^2; coeficiente de correlación simple).

La 7°regresión se utiliza como un medio para obtener una estimación alternativa de $\frac{s}{v}$ (como ya se mencionó en la sección anterior) a la que se obtiene en la regresión número 6; aquella aparece en la 1°fila de la segunda parte del cuadro. En la 2°fila, se encuentra el verdadero valor del parámetro $\frac{s}{v}$, el cual, se obtiene como el cociente entre los valores promedios de s y v para el correspondiente período.

La 3°fila, presenta la tasa de inflación promedio para el período 1914-1984 y cada uno de los subperíodos: 1914-1930, 1931-1974 y 1975-1984.

Una primera observación de los datos, permite que extraigamos la siguiente conclusión: tanto el producto como la inversión y el capital, experimentaron tasas de crecimiento en el período 1914-1984 y en los subperíodos 1914-1930, 1931-1974 y 1975-1984, sustancialmente inferiores que la tasa de crecimiento garantizada $\frac{s}{v}$.

La diferencia marcada anteriormente se profundiza más todavía cuando comparamos las tasas de crecimiento del producto, la inversión y el capital con $\frac{s'}{v}$, tomando a s' como 1 - c (primera fila de la segunda parte del cuadro).

REGRESION Nº	PERIODO 1914 - 1984 t	R^2	$\bar{R}^2$	1914 - 1930 t	R^2	$\bar{R}^2$	1931 - 1974 t	R^2	$\bar{R}^2$
1 ($\ln Y_t$)	0,0320096 (71,48)	0,986676	0,986483	0,0497769 (16,52)	0,947914	0,944442	0,0341544 (68,87)	0,991224	0,99
2 ($\ln I_t$)	0,0413293 (21,99)	0,875084	0,873273	0,1078763 (6,99)	0,765235	0,749584	0,0516995 (21,18)	0,914383	0,91
3 ($\ln K_t$)	0,0265406 (38,95)	0,956503	0,955873	0,0235650 (8,66)	0,833166	0,822044	0,0258719 (28,70)	0,951490	0,95
4 ($\ln P_t$)	0,0188578 (92,28)	0,991962	0,991845	0,0265000 (38,82)	0,990143	0,989486	0,0177125 (133,32)	0,997843	0,99
5 ($\ln N_t$)	0,0177067 (59,36)	0,980792	0,980514	0,0275529 (46,97)	0,993246	0,992796	0,0169825 (54,45)	0,986031	0,98
6 (Δt) v.e.Y_{t-1}	0,0210171 (3,93)	-0,015025	-0,015025	0,0326869 (2,23)	0,010402	0,010402	0,0375952 (6,34)	0,178883	0,17
7 (C_t) v.e.Y_t	0,7367215 (82,72)	0,990017	0,989872	0,8180649 (9,98)	0,868997	0,860264	0,7435906 (62,91)	0,989499	0,98

CONCEPTO	1914 - 1984	1914 - 1930	1931 - 1974
$\frac{s'}{v}$	0,099972	0,0562104	0,1079094
$\frac{s}{v}$	0,0612063	0,044423	0,0668831
INFLACION (%)	47,05	2,13	18,79

FUENTE: "ESTUDIOS", Fundación Mediterránea, Cuadros 1 a 6, Año 9, Nº39, Jul/Set 1986
NOTA: v. e. lease variable explicativa

De acuerdo con lo descripto anteriormente y considerando a $\frac{\dot{Y}}{Y}$ como el lado de la demanda y a $\frac{s}{v}$, el lado de la oferta, Argentina, debería haber experimentado durante todos los períodos que se analizan, una fuerte deflación en su economía. Sin embargo, podemos observar que la tasa de inflación tomada como la variación del índice de precios al consumidor, fue continuamente creciente desde 1914-1984 (comparar los distintos subperíodos), para llegar a tasas del 247,8% anual para el subperíodo 1975-1984.

Lo que puede observarse nítidamente es que, la tasa de crecimiento del empleo, fue más alta cuanto menor era la diferencia entre la tasa de crecimiento del producto y $\frac{s}{v}$. Así, en el subperíodo 1914-1930, el producto argentino creció a una tasa de casi el 5% anual, $\frac{s}{v}$ fue (para la misma etapa) del 4,4%, mientras que el empleo experimentaba su tasa de crecimiento más elevada en todo el período, 2,8%. Este creció a tasas más bajas cuanto más por debajo se situaba el producto (en su tasa de crecimiento) respecto a $\frac{s}{v}$; por ejemplo: en el subperíodo 1975-1984 el producto permaneció prácticamente estancado mientras que $\frac{s}{v}$, se situaba en el 7,3%. El empleo por lo tanto experimentó su tasa más baja de crecimiento de todo el período: 1,2% anual.

De manera tal que, si bien la comparación entre tasa de crecimiento del producto y $\frac{s}{v}$ no permitiría explicar con claridad los períodos inflacionarios (como se hizo notar anteriormente, Argentina, experimentó tasas crecientes de inflación durante todo el período, independientemente de la posición de $\frac{\dot{Y}}{Y}$ respecto de $\frac{s}{v}$), sí, arroja cierta luz sobre el crecimiento del empleo(cuanto más cerca se situó $\frac{\dot{Y}}{Y}$ respecto $\frac{s}{v}$ mayor fue la tasa de crecimiento del empleo).

Habíamos afirmado que $\frac{s}{v}$ calculada como el cociente entre valores promedios de s y v ($\bar{s}$ y $\bar{v}$), fue significativamente más elevada que la tasa efectiva de crecimiento del producto, el capital y la inversión. Si comparamos las tasas mencionadas anteriormente y la estimación de la ecuación (E-2), la situacaión comparativa de $\widehat{\left(\frac{s}{v}\right)}$, $\frac{\dot{Y}}{Y}$, $\frac{\dot{K}}{K}$ e $\frac{\dot{I}}{I}$ no es la misma que antes cuando trabajabamos con el verdadero valor del parámetro $\frac{s}{v}$, (el cual, como ya hemos puntualizado lo obtenemos como el cociente entre los valores promedios de s y v). Por ejemplo: $\frac{\dot{I}}{I}$ es mayor que $\left(\frac{\hat{s}}{v}\right)$ en los subperíodos 1914-1930, 1931-1974 y menor en el subperíodo 1975-1980. Similares comparaciones podrían hacerse para $\frac{\dot{K}}{K}$ e $\frac{\dot{Y}}{Y}$.

Con respecto a la tasa de crecimiento del producto digamos que, cuando ésta fue mayor que $\left(\frac{\hat{s}}{v}\right)$, el empleo creció a tasas superiores que cuando $\frac{\dot{Y}}{Y}$ fue menor que $\left(\frac{\hat{s}}{v}\right)$. Po ejemplo: en el subperíodo 1914-1930 $\frac{\dot{Y}}{Y}$ fue de casi 5%, $\left(\frac{\hat{s}}{v}\right)$ del 3,3% y $\frac{\dot{N}}{N}$ de 2,8%; como contrapartida, tenemos el período 1931-1974, durante el cual $\frac{\dot{Y}}{Y}$ fue de 3,4%, $\left(\frac{\hat{s}}{v}\right)$ de 3, y $\frac{\dot{N}}{N}$ de 1,7%.

Vemos que las discrepancias entre $\frac{\dot{Y}}{Y}$, $\frac{s}{v}$, $\frac{s'}{v}$, $\left(\frac{\hat{s}}{v}\right)$, servirían para explicar en alguna medida las fluctuaciones del empleo. La inflación, sigue siendo un problema que el modelo no puede dilucidar con claridad. Esto sería lógico en un país como Argentina en el que las dificultades que provocan inflación, van más allá del simple análisis de la oferta y la demanda agregadas permitido por el modelo, y pasan más bien, por la incorrecta posición de lo que llamaríamos "fundamentals" de la economía (déficit fiscal y cuasifiscal, restricción externa, nivel de monetización de la economía, etc,).

$\frac{\dot{I}}{I}$ fue menor que $\frac{\dot{Y}}{Y}$ en todo el período 1914-1984. ¿Qué factores pudieron haber determinado tal situación?. Una de las explicaciones que podrían ensayarse es que la elasticidad interés de la demanda de dinero pudo haber sido muy alta, con lo cual la curva LM (lugar geométrico de todos los pares de ingresos y tasas de interé que equilibran el mercado monetario) sería lo suficientemente empinada como para cualquier expansión de la inversión fuera ahogada en su repercusión sobre el producto por una elevación en el costo del dinero. Otro elemento que pudo haber generado la situación descripta, es la gran apropiación de ingresos por parte de un Estado, cuyo déficit presuspuestario experimentó un aumento creciente en todo el período.

Nuevas investigaciones en estas dos direcciones podrían aportar mayores elementos de análisis sobre el modelo de Harrod - Domar como elemento descriptivo de la realidad económica.

Digamos también algunas palabras sobre la relación $\frac{\dot{Y}}{Y}$ y $\frac{\dot{P}}{P}$ (tasa de crecimiento de la población, la cual, en el apéndice teórico aparece como n). De acuerdo con l mulación teórica del modelo, $\frac{\dot{Y}}{Y}$ tiene una cota superior marcada por $\frac{\dot{P}}{P}$. Los datos r flejan que en el período 1914-1984 $\frac{\mathring{Y}}{Y}$ fue mayor que $\frac{\mathring{P}}{P}$.

El mismo comportamiento se produce en el subperíodo 1914-1930. La tendencia s revierte en los dos últimos subperíodos; o sea, en 1931-1974 y 1975-1984.

En definitiva, la tasa de crecimiento del producto ha superado en algunas eta pas el máximo teórico alcanzable según el modelo puesto bajo verificación empíri ca.

La estimación de (E-3) permitió obtener una estimación del parámetro que acom paña a Y_{t-1} de 1,0210171. Como habíamos anticipado ya en la sección metodológica si a este valor le restamos 1 obtenemos 0,0210171 que es la estimación de la tas de crecimiento garantizada $\left(\frac{s}{v}\right)$ para el período 1914-1984.

Finalmente se decidió efectuar un análisis de los modelos (E-2) y (E-3) para detectar autocorrelación en los términos de perturbación u_t. Concretamente, se i tentó determinar si los u_t respondían a un particular proceso de covarianza esta cionaria: modelo autorregresivo de primer orden (AR (1)), el cual, en términos formales lo presentamos así: $u_t = \rho \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t$, donde ε_t representa el "ruido blanco" .

El modelo AR(1) es un modelo particular de covarianza estacionaria. ¿Qué significa este concepto?. Significa que la covarianza entre distintos u no depende del tiempo sino del rezago (τ) en el tiempo, o sea:

$$E\ (u_t \cdot u_{t-\tau}) = E\ (u_{t+s} \cdot u_{t+s-\tau})$$

En caso de que ρ llegara a ser 0 u_t sería igual a ε_t , o sea que la variabl u sería totalmente aleatoria (ruido blanco).

Un procedimiento convencionalmente usado para detectar si las u responden a esquema AR(1) es el test d de Durbin - Watson. Este test supone que se están cumpliendo, cuando se procede a su aplicación, una serie de supuestos entre los cuales analizaremos dos que son de gran importancia y que en nuestro caso no se cumplían, lo cual, obligó a buscar otro camino para conseguir el objetivo menci nado antes (detectar si las u respondían a un AR(1)). El primer supuesto es que modelo de regresión contiene la constante. En el trabajo aquí presentado, ni (E- ni (E-3) contenían término independiente, de manera que para obtener el valor d estadístico d , tendríamos que incluir la constante en ambos modelos. La metodol gía descripta anteriormente permitió obtener para el período 1914-1984 y para el modelo (E-2) un d = 1,901937. Para el mismo período y para el modelo (E-3) d alcanzó el mismo valor. Hasta aquí hemos descripto de que manera fue solucionado e problema de la falta de término independiente en los modelos. El segundo supuest que debe cumplirse para la aplicación del test d, es que el modelo de regresión incluya valores rezagados de la variable dependiente como variables explicativas Tanto (E-2) como (E-3) violan este supuesto. La consecuencia de ello es que el t d se vuelve poco poderoso, aceptando más veces de las que correspondería la hipó sis nula que postula la no existencia de autocorrelación de primer orden ($H_0: \rho$ Durbin en 1972, sugirió la aplicación de otro test para los casos en los cuale presenta este segundo problema. El estadístico del test es:

$$h = r.\sqrt{\frac{n}{1 - n . \widehat{V(b_1)}}} \quad \text{, donde} \quad r \simeq 1 - \frac{1}{2} . d \quad y \quad \widehat{V(b_1)}$$

es la estimación de la varianza del coeficiente de regresión de la variable Y_1 Para muestras grandes ($n > 30$), h es aproximadamente normal (0,1), de manera q para decidir el test, utilizaremos la tabla normal standard.

Para el período 1914 - 1984 al ser d el mismo para (E-2) y (E-3), r también l el mismo para ambos modelos: 0,0490315. $\widehat{V(b_1)}$ para (E-2) fue de 0,00010033, igua al valor de $\widehat{V(b_1)}$ para (E-3). Con los resultados hasta aquí obtenidos diremos qu la decisión que tomemos para (E-2) será extensible a (E-3), al ser d, r y $\widehat{V(b_1)}$ los mismos en ambos modelos. El valor de h para el período 1914-1984 fue de 0,4146261; para un nivel de significancia del 5% el valor crítico de h tomado de distribución normal es 1,645. Como el h calculado es menor que el h crítico, pod mos aceptar la hipótesis de que no hay correlación serial (de 1°orden) en los da

En resumen, la evidencia que surge de los datos es que no se presenta un esqu autorregresivo de 1°orden, AR(1), para u_t con lo cual, $u_t = \varepsilon_t$, o sea, el términ u_t es todo ruido blanco o totalmente aleatorio.

De esta manera podemos asumir que:

$$E(u_t \; . \; u_{t+s}) = 0 \qquad \text{para todo } s \neq 0$$

Con un cierto nivel de confianza, podemos entonces trabajar los modelos plan dos en (E-2) y (E-3), como si los términos de perturbación no estuvieran autoco lacionados y , así, no tendríamos en nuestros modelos una importante fuente de ciencia en los estimadores: la autocorrelación (autorregresiva de 1°orden al me

De todas maneras, el motor de ineficiencia (y también de la existencia de se go) en los modelos (E-2) y (E-3), es el hecho de que las variables dependientes parecen como variables explicativas desfasadas.

CONCLUSIONES

En el modelo de Harrod- Domar se postula que, para que la economía se desenvuelva en un contexto de crecimiento equilibrado, stock de capital, inversión y producto deben crecer a la tasa constante $\frac{s}{v}$.

Tanto en el período 1914-1984, como en todos los subperíodos analizados, no solo estas tasas fueron disímiles, sino que también difirieron respecto a $\frac{s}{v}$.

De esta manera, podemos observar que la complejidad de los conceptos involucrados en una economía real, exceden en cierta forma la simplicidad del modelo colocado bajo verificación empírica.

De todas maneras es relativamente buena la explicación que el modelo da sobre la relación entre producto y empleo, no así de la inflación, la cual, al menos en la Argentina, parecería responder a situaciones más complejas de las que pueden ensayarse en el modelo.

A P E N D I C E   T E O R I C O

I N T R O D U C C I O N

Siguiendo la tradición Keynesiana, el modelo de Harrod - Domar, es un modelo de crecimiento de la economía en el cual, el énfasis fundamental, está puesto en las consideraciones de demanda - ahorro e inversión - más que en las restricciones de oferta que podrían producirse.

Más precisamente, se concentra en las condiciones necesarias para la existencia de equilibrio entre el ahorro agregado y la inversión agregada en una economía dinámica.-

Aquí, se presenta una cuestión interesante. Si definimos al equilibrio como aquella situación, en la que no existen tendencias hacia el cambio ¿cómo conectamos esta noción, con la de equilibrio en una economía en crecimiento, lo cual, intrínsicamente define una situación de cambio?. Debemos dar entonces alguna definición especial de equilibrio que se adapte a una economía que experimenta crecimiento. La noción de equilibrio que se maneja en este trabajo es la de "crecimiento estacionario de equilibrio", entendiendo que una economía experimenta crecimiento estacionario de equilibrio si todas las variables están creciendo a una tasa proporcional constante.

S U P U E S T O S

1) El ahorro, S, se supone que es proporcional al nivel de ingreso, Y, o sea $S = sY$, donde s es la propensión media y marginal a ahorrar. Esta última afirmación surge dividiendo S en Y (propensión media a ahorrar) y derivando S respecto de Y (propensión marginal a ahorrar).

Si bien Harrod, no supuso que s era constante, no violentamos demasiado su trabajo si suponemos que s es constante.

2) La fuerza de trabajo, L, crece a una tasa constante y exógena al modelo (o sea que su valor de equilibrio no se determina en el modelo que estamos explicando) $n = \frac{\dot{L}}{L}$, donde $\dot{L} = \frac{dl}{dt}$.

$\frac{\dot{L}}{L}$ = n define una ecuación diferencial cuya resolución da la trayectoria temporal de L :

$$\int \frac{\dot{L}}{L}\, dt = \int n\, dt$$

$$\int \frac{dl}{\cancel{dt}} \frac{1}{L} \cancel{dt} = n \int dt$$

$$\int \frac{dL}{L} = n.t + c_2$$

$$\ln L + c_1 = n.t + c_2$$

$$\ln L = n.t + c_2 - c_1$$

$$\ln L = n.t + c$$

Por definición de logaritmo natural:

$$\ln L = n.t + c \Longleftrightarrow e^{nt + c} = L$$

$$L = e^{nt + c}$$

$$= e^{nt} . e^{c}$$

$= e^{nt}$. A y así llegamos a la solución general de la ecuación diferencial:

$$L(t) = Ae^{nt}$$

Solo nos queda definir la constante arbitraria A. Advirtiendo que esta última ecuación cuando la evaluamos en t = 0 se transforma en L(0) = A , podemos expresar finalmente la versión definida de trayectoria temporal como:

$$L(t) = L(0) \cdot e^{nt}, \quad \text{donde } n = \frac{\dot{L}}{L}$$

3) No existe progreso técnico, ni tampoco depreciación en el stock de capital.

4) Las cantidades de capital, K, y trabajo, L, necesarias para generar un cierto flujo de producto son únicas. La función de producción que implica este supuesto es una de proporciones fijas, (conocida frecuentemente como función de Leontief) la cual es:

$$Y = \text{mínima}\left(\frac{K}{v} \;, \; \frac{L}{u}\right)$$

Esta función es homogénea de grado uno y presenta por lo tanto, rendimientos constantes a escala, lo cual, por su parte provoca que la trayectoria de expansión de la economía sea una línea recta.

Las proporciones (coeficientes) a las cuales hemos aludido son v y u.

DESARROLLO DEL MODELO

1- Especificación de u y v

u es el cociente (constante) entre trabajo y producto. Este hecho provoca que $\frac{\dot{Y}}{Y}\left(\frac{dY}{dt} \cdot \frac{1}{Y}\right)$, la tasa del crecimiento del producto, tenga una cota superior que es n. Por lo tanto decimos que $\frac{\dot{Y}}{Y} \leq n$.

v, la relación capital (K)-producto (Y), fue fundamentalmente analizada por Harrod desde el punto de vista de la relación marginal entre capital y producto, es decir, el incremento del capital asociado con un incremento unitario del producto:

$v = \frac{K}{Y}$ entonces $K = v.Y$

Por lo anteriormente comentado, $\dot{K} = v.\dot{Y}$

Supondremos que la relación media entre capital y producto $\frac{K}{Y}$ es igual a la relación marginal entre los mismos conceptos, o sea, $K = \dot{K} \Rightarrow v.Y = v.\dot{Y}$.
Este supuesto no fue realizado por Harrod en forma explícita.

Siguiendo la preocupación fundamental de Harrod, v como la relación marginal entre capital y producto, debemos distinguir entre dos conceptualizaciones que pueden realizarse del coeficiente v :

a) v = El incremento efectivo en el stock de capital, K, dividido por el incremento efectivo en el producto Y .

b) El incremento deseado(requerido) en K dividido por el incremento efectivo en Y.

Para distinguir este concepto de la definición dada en (a) denotaremos al cociente capital - producto como v_r

2- Obtención de la "ecuación fundamental de Harrod"

Si bien ex-post el equilibrio entre ahorro, S, e inversión, I, es una identidad, $S \equiv I$, ex-ante (lo deseado por la economía en su conjunto) no lo es. En este caso, la igualdad entre ahorro e inversión define la condición de equilibrio de una economía (cerrada y sin sector gobierno).

Entonces , S = I, define el equilibrio en la economía.

Según el supuesto 1 del modelo, $S = s.Y$. (a)

También habíamos visto que, $\dot{K} = v.\dot{Y}$. Según el supuesto 3, no existe depreciación del capital, de tal manera que $\dot{K} = I \Rightarrow I = v.\dot{Y}$ (b)

Para definir el equilibrio, (a) debe ser igual a (b)

$$\Rightarrow s.Y = v.\dot{Y}$$

$$\Rightarrow v.\dot{Y} = s.Y$$

$$\Rightarrow \frac{v.\dot{Y}}{Y} = s$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{s}{v} \qquad \text{"Ecuación fundamental de Harrod"}$$

$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{s}{v}$ define una ecuación cuya resolución da la trayectoria de equilibrio de Y. El procedimiento es el mismo que el utilizado en el desarrollo del supuesto 2 del modelo.

La solución será $Y(t) = Y(0).\, e^{\frac{s}{v}.t}$. Denotando $\frac{s}{v} = g$ entonces :

$$Y(t) = Y(0)\ .\ e^{gt}$$

$\frac{s}{v}$ es la tasa de crecimiento que el ingreso debe mantener para lograr el equilibrio entre ahorro e inversión a lo largo del tiempo.

De nuevo, el equilibrio en la economía lo habíamos definido: $S = I$ (c)

$\dot{K} = I$ por el supuesto 3. Reemplazando en (c):

$$S = \dot{K} \tag{d}$$

$S = s.Y$ por el supuesto 1. Reemplazando en (d):

$$sY = \dot{K} \tag{e}$$

Por otro lado: $v = \frac{K}{Y}$ entonces $Y = \frac{K}{v}$ (f)

Reemplazando (f) en (e) : $s\left(\frac{K}{v}\right) = \dot{K}$, de donde:

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{s}{v}$$

La resolución de esta ecuación diferencial nos da la trayectoria temporal de K : $K(t) = K(0) . e^{\frac{s}{v}.t}$

Vemos así que, tanto el ingreso como el capital, deben crecer a la misma tasa constante, $\frac{s}{v}$, (crecimiento estacionario de equilibrio) para que $S = I$.

De forma similar a la planteada para Y y para K, podríamos obtener la tasa de crecimiento de I. Verificaríamos que esa tasa también es $\frac{s}{v}$.

En resumen, para que se logre un crecimiento estacionario de equilibrio, el capital, la inversión y el producto deben crecer a la misma tasa $\frac{s}{v}$.

3- <u>Dos análisis alternativos de la ecuación fundamental de Harrod</u>

a) <u>La ecuación fundamental como una verdad evidente</u>

Ex-post, la igualdad ahorro e inversión es una identidad. Si consideramos esta situación, el producto debe crecer a la tasa $\frac{s}{v}$.

Denotamos a esta tasa $G_a = \frac{s}{v}$

b) <u>La ecuación fundamental describiendo un sendero de equilibrio</u>

Si consideramos a v_r , o sea, la relación entre el K deseado por los empresarios y el aumento efectivo en Y, entonces , $\frac{s}{v_r}$, es una tasa de crecimiento de Y que asegura que los empresarios inviertan lo que ellos desean invertir.

De otra manera, si el producto crece a la tasa $\frac{s}{v_r} = G_w$, entonces, el aumento efectivo en el stock de capital, K, asociado con el crecimiento de Y, iguala al incremento deseado por los empresarios, de manera tal que inviertan lo que ellos desean. G_w, fue llamado por Harrod la "tasa garantizada".

4- <u>Problemas en el modelo de Harrod - Domar</u>

<u>Problema N°1</u>

Hemos afirmado que la economía estará transitando por un sendero de crecimiento equilibrado, en la medida en que, producto, capital y trabajo crezcan a la tasa garantizada $G_w = \frac{s}{v_r}$. Sin embargo, la economía crece efectivamente a la tasa

$G_a = \frac{s}{v}$.

Por lo tanto no hay ninguna razón por la cual la economía deba experimentar G_w. De manera tal que, G_a, puede ser distinta de G_w, o sea, el capital efectivo difiere del capital deseado.

Debido al supuesto 4 del modelo, la relación entre trabajo y producto es constante, como consecuencia de lo cual, la tasa efectiva de crecimiento de la economía, G_a, no puede superar a la tasa de crecimiento de la fuerza laboral, n, o sea:

$$G_a \leq \frac{\dot{L}}{L} = n$$

En función a todas estas afirmaciones diremos:

el crecimiento estacionario de equilibrio (pleno empleo) requerirá $\boxed{G_a = G_w = n}$. Escribiendo lo mismo en otra forma:

$$\frac{s}{v} = \frac{s}{v_r} = n$$

s, v, y n se determinan independientemente una de otra; de manera tal que, solo accidentalmente, puede llegarse al estado de crecimiento estacionario de equilibrio en el modelo de Harrod - Domar. ¿Por qué?:

1- s, la propensión media y marginal a ahorrar está determinada por las desiciones de cartera de los individuos.

2- v, la relación producto - capital, surge determinada por cuestiones que hacen a la tecnología de la producción.

3- n, la tasa de crecimiento de la fuerza laboral, se determina en forma exógena al modelo.

En el modelo de Harrod - Domar entonces, si bien el crecimiento estacionario de equilibrio es posible, no existe mecanismo explícito alguno por el cual pueda darse; ésto ocurre como consecuencia de la independencia de las variables que están involucradas en $\frac{s}{v} = \frac{s}{v_r} = n$

Problema N°2

El problema N°1 es un medio que utilizaremos para analizar el principal problema que se presenta en el modelo de Harrod: la inestabilidad de la tasa de crecimiento garantizada $\left(G_w = \frac{s}{v_r}\right)$, conocido también como el problema del filo de la navaja. (knife - edge problem).

Harrod mismo reconocía la inestabilidad de G_w en el sentido de que, divergencias de la tasa efectiva de crecimiento, G_a, respecto a G_w acumulaba mayores discrepancias todavía.

El nudo de este crucial problema se encuentra en el proceso de formación de expectativas por parte de los empresarios.

Para analizarlo haremos algunas definiciones adicionales siguiendo a Sen (1):

Y^e_t : representa el producto esperado por los empresarios en el período t.

G_t^e : representa la tasa de crecimiento esperado del producto entre los períodos t-1 y t.

Se define como sigue:

$$G_t^e = \frac{Y_t^e - Y_{t-1}}{Y_t^e}$$

G_t : representa la tasa de crecimiento efectivo del producto entre los períodos t-1 y t.

Se define como sigue:

$$G_t = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_t}$$

En una economía cerrada, sin sector gobierno con una única fuente exógena de demanda: la inversión, el equilibrio en el mercado de productos, puede escribirse de la siguiente manera:

$$Y = \bar{I} + c.Y$$

donde $\bar{I} = I$ es la inversión, a la cual, como se dijo anteriormente, se la considera en forma exógena. $c.Y = C$ es el consumo; considerado como proporcional al nivel de ingreso.

Despejando:

$$Y - c.Y = \bar{I}$$

$$Y(1-c) = \bar{I}$$

$$Y = \frac{\bar{I}}{1-c}$$

$$Y = \frac{1}{s} . I \qquad \text{(A-1)}$$

donde s es la propensión marginal y media a ahorrar (supuesto 1 del modelo).

De acuerdo con la hipótesis del ajuste gradual,

$$K_t - K_{t-1} = I_t = \lambda.\left(K_t^* - K_{t-1}\right) \qquad \text{(A-2)}$$

es decir, la inversión en el período corriente es una fracción λ del desfasaje existente entre el stock de capital deseado en el período t $\left(K_t^* \right)$ y el stock de capital efectivo en el período t-1 $\left(K_{t-1} \right)$.

Suponiendo que el proceso de ajuste del stock de capital es completo, en el sentido de que en un período se alcanza el stock deseado (λ = 1), trabajando algebraicamente (A-2) podemos demostrar que:

$$K_t = K_t^*$$

Considerando además la constancia de la relación capital - producto representada por v y el supuesto 3 del modelo, podemos escribir:

$$K_t^* = v \cdot Y_t \qquad \text{(A-3)}$$

Reemplazando (A-3) en (A-2):

$$I_t = \lambda \cdot \left(v \cdot Y_t - K_{t-1} \right)$$

$$K_t = K_t^*$$

$$K_{t-1} = K_{t-1}^*$$

$$K_{t-1}^* = v \cdot Y_{t-1}$$

$$I_t = \lambda \cdot \left(v \cdot Y_t - v \cdot Y_{t-1} \right)$$

Hemos supuesto que λ = 1, de manera tal que

$$I_t = v \cdot \left(Y_t - Y_{t-1} \right) \qquad \text{(A-4)}$$

Reemplazando a Y_t por Y_t^e en (A-3) obtenemos una formulación simplificada del mecanismo de la aceleración:

$$I_t = v \cdot \left(Y_t^e - Y_{t-1} \right) \qquad \text{(A-5)}$$

Es decir, que si los empresarios visualizan que la demanda esperada por su producto en el período corriente supera la demanda del período anterior ampliarán su capital (suponiendo que este capital en el período t-1, estaba totalmente empleado).

Reemplazando (A-5) en (A-1) :

$$Y_t = \frac{1}{s} \cdot \left[v. \left(Y_t^e - Y_{t-1} \right) \right]$$

$$Y_t = \frac{v}{s} \cdot \left(Y_t^e - Y_{t-1} \right)$$

dividiendo ambos miembros de esta ecuación por Y_t^e :

$$\frac{Y_t}{Y_t^e} = \frac{v}{s} \cdot \left(\frac{Y_t^e - Y_{t-1}}{Y_t^e} \right)$$

$$\frac{Y_t}{Y_t^e} = \frac{v}{s} \cdot G_t^e \qquad \text{(A-6)}$$

esto según la definición dada de G_t^e.

En caso que las expectativas de los empresarios se vean realizadas: $Y_t = Y_t^e$ entonces:

$$G_t^e \cdot \frac{v}{s} = 1$$

despejando:

$$G_t^e = \frac{s}{v}$$

Si las expectativas de los empresarios se realizan, entonces Y_t será igual a Y_t^e y como consecuencia de ello G_t^e será igual a $\frac{s}{v}$, la cual, es en la terminología de Harrod, la tasa de crecimiento garantizada.

Sería interesante analizar, qué ocurre con el modelo de Harrod - Domar cuando G_t^e no es $\frac{s}{v}\left(G_w\right)$.

Sabemos que:

$$G_t^e = \frac{Y_t^e - Y_{t-1}}{Y_{t-1}^e}$$

$$G_t^e \cdot Y_{t-1}^e = Y_t^e - Y_{t-1}$$

$$Y_{t-1} = Y_t^e - \left(G_t^e \cdot Y_t^e\right)$$

$$Y_{t-1} = Y_t^e \cdot \left(1 - G_t^e\right)$$

de donde:

$$Y_t^e = \frac{Y_{t-1}}{\left(1 - G_t^e\right)} \tag{A-7}$$

Por otro lado:

$$G_t = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}}$$

de la misma forma en que obtuvimos anteriormente Y_t^e, podemos obtener Y_t:

$$Y_t = \frac{Y_{t-1}}{\left(1 - G_t\right)} \tag{A-8}$$

Reemplazando (A-7) y (A-8) en (A-6) :

$$\frac{\dfrac{Y_{t-1}}{1 - G_t}}{\dfrac{Y_{t-1}}{1 - G_t^e}} = \frac{v}{s} \cdot G_t^e$$

Simplificando Y_{t-1} para luego despejar G_t:

$$\frac{1 - G_t^e}{1 - G_t} = \frac{v}{s} \cdot G_t^e$$

$$\frac{1 - G_t}{1 - G_t^e} = \frac{s}{v} \cdot \frac{1}{G_t^e}$$

$$1 - G_t = \frac{s}{v} \cdot \frac{1}{G_t^e} \cdot \left(1 - G_t^e\right)$$

$$G_t = \left\{ - \left[\left(\frac{s}{v}\right) \cdot \left(\frac{1 - G_t^e}{G_t^e}\right) \right] \right\} + 1 \qquad \text{(A-9)}$$

Ahora sí, estamos en condiciones de esbozar, con algo más de rigorismo, lo que nos habíamos planteado antes: analizar que ocurre en el modelo que nos ocupa cuando G_t^e es distinta a G_w.

Podemos deducir de (A-9) que:

$$\left.\begin{array}{lllll} \text{Si} \quad G_t^e = \dfrac{s}{v} & \text{entonces} & G_t = G_t^e \\[2ex] \quad\;\; G_t^e > \dfrac{s}{v} & \text{entonces} & G_t > G_t^e \\[2ex] \quad\;\; G_t^e < \dfrac{s}{v} & \text{entonces} & G_t < G_t^e \end{array}\right\} \qquad \text{(A-10)}$$

a partir de este conjunto de comparaciones podemos ver que el modelo de Harrod-Domar no presupone un equilibrio automático entre ahorro e inversión y que la tasa garantizada puede ser inestable. El razonamiento sigue a continuación.

Según (A-10), si la tasa de crecimiento que los empresarios esperan, supera a la tasa garantizada (la tasa que asegura el equilibrio entre ahorro e inversión), las expectativas del empresariado respecto al crecimiento del producto en el período t se verán superadas.

¿Cómo raccionarán los empresarios ante esta situación?.

Los supuestos que se hagan sobre el proceso de formación de expectativas son fundamentales para demostrar la inestabilidad de $\frac{s}{v}$.

Sería razonable pensar que la tasa de crecimiento del producto esperada para t + 1 supere a G_t^e cuando $G_t > G_t^e$.

De esta manera el proceso de formación de expectativas quedaría, formalmente hablando, explicitado de la siguiente manera:

$$\left.\begin{array}{lll} G_{t+1}^e > G_t^e & \text{si} & G_t > G_t^e \\ G_{t+1}^e < G_t^e & \text{si} & G_t < G_t^e \end{array}\right\} \qquad \text{(A-11)}$$

Siguiendo con el análisis que venimos desarrollando si $G_{t+1}^e > G_t^e$, como $\frac{s}{v}$ es constante, entonces G_{t+1}^e será mayor que $\frac{s}{v}$ con lo cual vuelve a repetirse el proceso de desequilibrio pero en forma ampliada, o sea:

SI

$G_t^c > \frac{s}{v}$ entonces $G_t > G_t^e$. De acuerdo con la mecánica de formación de expectativas si $G_t > G_t^e$ entonces $G_{t+1}^e > G_t^e$ con lo cual, $G_{t+1}^e > \frac{s}{v}$ y así volvemos al punto de partida del razonamiento.

De esta manera, las desviaciones respecto de la tasa de crecimiento garantizada, no generan mecanismos autocorrectores que permitan un regreso al equilibrio sino que, por el contrario, el alejamiento de él es cada vez mayor.

Un ejemplo numérico para poder ver en funcionamiento el modelo de expectativas aquí presentado y las implicaciones que tiene respecto del ciclo económico, se presenta a continuación:

$$\text{SI} \quad \left.\begin{array}{l} s = 20\% \\ v = 2 \end{array}\right\} \quad \text{entonces} \quad \frac{s}{v} = 10\%$$

Si los empresarios invierten pensando en $G_t^e = 11\%$, de acuerdo con (A-10), la tasa efectiva de crecimiento será por ejemplo del 12%. De esta forma, según (A-11) los empresarios invertirán pensando en una tasa de crecimiento del producto para el período próximo, mayor que 12%, o sea, $G_{t+1}^c > 12\%$, con lo cual el desequilibrio se acentúa.

Pero aquí estamos viendo que $G_t > \frac{s}{v}$. G_t puede ser interpretada como el lado de la demanda en la economía y $\frac{s}{v}$ el lado de la oferta.

Cuando $G_t > \frac{s}{v}$ entonces cabría esperar un proceso inflacionario, y cuando $G_t < \frac{s}{v}$ cabría esperar un proceso de depresión y desocupación.

Resumiendo, digamos que cuando los empresarios esperen una tasa de crecimiento del producto para el próximo período, mayor que la que esperaban para el período corriente, esta diferencia se profundiza en forma continua en el tiempo, de manera que la tasa esperada de crecimiento del producto para los períodos futuros, siempre superará a la correspondiente tasa de los períodos corrientes.

En caso que la tasa esperada de crecimiento del producto para el próximo período, sea inferior a la esperada para el período corriente, la situación se revierte en forma exacta a la descripta en el párrafo anterior.

En términos de lo que ocurre en la economía real, la primera situación, traería como consecuencia tasas de inflación crecientes período a período. Cuando la situación que se presenta es la segunda, la economía entraría en un proceso de depresión continua, profundizándose con el tiempo.

APENDICE ESTADISTICO

AÑO	PRODUCTO BRUTO INTERNO (en A de 1960)	INVERSION BRUTA INTERNA (en A de 1960)	AÑO	PRODUCTO BRUTO INTERNO (en A de 1960)	INVERSION BRUTA INTERNA (en A de 1960)
1913	258.5800	55.50000	1950	755.2500	100.2300
1914	231.8100	36.11000	1951	784.6000	147.8400
1915	233.0300	23.56000	1952	745.1200	125.5900
1916	226.3200	20.85000	1953	784.6100	134.6900
1917	207.9800	15.76000	1954	817.0000	127.7500
1918	246.1100	15.90000	1955	874.7000	143.3700
1919	255.1600	18.59000	1956	899.0100	135.0400
1920	273.7300	32.70000	1957	945.5800	151.9800
1921	280.7300	37.83000	1958	1003.290	166.5800
1922	303.1900	44.41000	1959	938.4900	147.7800
1923	336.5900	61.35000	1960	1012.400	217.6200
1924	362.8400	65.83000	1961	1084.300	238.6000
1925	361.3300	64.08000	1962	1067.070	219.4300
1926	378.7500	63.20000	1963	1041.760	179.9400
1927	405.6200	72.59000	1964	1149.070	226.6800
1928	430.7300	86.27000	1965	1254.360	243.1300
1929	450.5900	98.70000	1966	1262.460	225.6600
1930	431.9400	83.57000	1967	1295.870	235.8200
1931	401.9600	51.14000	1968	1351.550	260.8700
1932	388.6500	35.87000	1969	1466.960	316.8200
1933	406.9100	40.07000	1970	1545.930	340.1400
1934	439.0300	53.10000	1971	1603.520	376.8000
1935	458.1300	66.26000	1972	1634.530	378.1900
1936	461.9400	79.03000	1973	1690.910	361.2400
1937	495.4100	71.77000	1974	1787.250	367.7300
1938	496.9400	79.03000	1975	1780.380	375.1800
1939	515.9600	66.26000	1976	1772.110	397.9600
1940	524.3300	61.07000	1977	1885.060	473.2100
1941	551.7300	53.13000	1978	1821.510	401.5500
1942	557.8200	54.71000	1979	1943.680	434.1200
1943	554.0200	53.13000	1980	1958.130	467.9500
1944	616.4200	40.52000	1981	1836.030	360.1000
1945	596.6300	61.86000	1982	1740.440	305.0100
1946	649.9100	76.97000	1983	1793.890	278.5800
1947	722.2000	121.0700	1984	1830.450	228.2100
1948	761.7700	122.1300			
1949	751.8800	102.5700			

FUENTE: "ESTUDIOS", Fundación Mediterránea, Año 9, N°39, Jul/Set 1986.

AÑO	STOCK DE CAPITAL (en A de 1960)	POBLACION TOTAL (en millones de personas)	AÑO	STOCK DE CAPITAL (en A de 1960)	POBLACION TOTAL (en millones de personas)
1913	874.4000	7653.000	1949	1662.300	16668.00
1914	895.0000	7885.000	1950	1700.300	17150.00
1915	897.2000	8072.000	1951	1733.700	17517.00
1916	895.7000	8226.000	1952	1784.000	17876.00
1917	888.6000	8374.000	1953	1836.500	18230.00
1918	879.6000	8518.000	1954	1872.600	18580.00
1919	873.9000	8672.000	1955	1920.600	18928.00
1920	886.0000	8861.000	1956	1966.800	19272.00
1921	905.2000	9092.000	1957	2022.700	19611.00
1922	920.7000	9368.000	1958	2076.300	19946.00
1923	967.0000	9707.000	1959	2139.200	20281.00
1924	1006.000	10054.00	1960	2184.600	20616.00
1925	1040.900	10358.00	1961	2279.800	20951.00
1926	1073.600	10652.00	1962	2392.000	21284.00
1927	1117.600	10965.00	1963	2473.000	21616.00
1928	1174.300	11282.00	1964	2536.900	21949.00
1929	1241.600	11592.00	1965	2601.800	22283.00
1930	1290.400	11896.00	1966	2692.500	22612.00
1931	1297.800	12167.00	1967	2795.900	22934.00
1932	1288.700	12402.00	1968	2889.900	23261.00
1933	1283.600	12623.00	1969	3009.500	23600.00
1934	1292.600	12834.00	1970	3167.700	23962.00
1935	1302.400	13044.00	1971	3348.800	24352.00
1936	1304.200	13260.00	1972	3538.200	24764.00
1937	1330.400	13490.00	1973	3739.200	25189.00
1938	1364.300	13724.00	1974	3925.600	25621.00
1939	1381.300	13948.00	1975	4133.900	26052.00
1940	1388.300	14169.00	1976	4347.600	26480.00
1941	1392.200	14401.00	1977	4570.000	26912.00
1942	1394.100	14637.00	1978	4849.500	27348.00
1943	1393.300	14877.00	1979	5055.400	27789.00
1944	1402.900	15130.00	1980	5292.200	28237.00
1945	1412.300	15390.00	1981	5428.400	28693.00
1946	1436.800	15654.00	1982	5503.600	29158.00
1947	1508.600	15929.00	1983	5549.300	29627.00
1948	1590.100	16264.00	1984	5542.700	30097.00

FUENTE: "ESTUDIOS" Fundación Mediterránea, Año 9, N°39, Jul/Set 1986.

AÑO	EMPLEO TOTAL (en millones de personas)	INDICE DE PRECIOS AL CONSUMIDOR (base 1960 = 100)	AÑO	EMPLEO TOTAL (en millones de personas)	INDICE DE PRECIOS AL CONSUMIDOR (base 1960 = 100)
1913	2.951400	2.120000	1949	6.123000	6.830000
1914	2.984300	2.110000	1950	6.289100	8.580000
1915	3.000700	2.270000	1951	6.459400	11.75000
1916	3.076300	2.440000	1952	6.597200	16.30000
1917	3.123200	2.860000	1953	6.722900	16.95000
1918	3.190700	3.600000	1954	6.712500	17.58000
1919	3.243900	3.390000	1955	6.956300	19.75000
1920	3.410800	3.970000	1956	7.095900	22.40000
1921	3.506800	3.530000	1957	7.219600	27.94000
1922	3.602700	2.970000	1958	7.405900	36.76000
1923	3.722900	2.910000	1959	7.363000	78.56000
1924	3.850900	2.970000	1960	7.643000	100.0000
1925	3.971100	2.890000	1961	8.004900	113.7000
1926	4.054300	2.800000	1962	8.040500	143.5000
1927	4.162300	2.770000	1963	8.064200	180.8000
1928	4.280900	2.800000	1964	8.282200	220.7000
1929	4.400600	2.770000	1965	8.385600	283.8000
1930	4.494100	2.800000	1966	8.476500	374.3000
1931	4.519700	2.410000	1967	8.575000	483.7000
1932	4.481900	2.160000	1968	8.728400	562.1000
1933	4.553300	2.440000	1969	8.905000	604.7000
1934	4.746100	2.160000	1970	9.021000	686.8000
1935	4.808100	2.290000	1971	8.620500	925.3000
1936	4.932800	2.490000	1972	8.767900	1466.300
1937	5.090000	2.550000	1973	8.957100	2350.400
1938	5.228000	2.540000	1974	8.975700	2919.600
1939	5.318800	2.580000	1975	9.007800	8239.470
1940	5.421800	2.630000	1976	9.145500	44823.28
1941	5.537400	2.700000	1977	9.621600	123737.1
1942	5.662500	2.860000	1978	9.749000	340905.2
1943	5.783700	2.890000	1979	9.830300	884685.4
1944	5.885400	2.880000	1980	9.989200	1775432.
1945	5.987600	3.450000	1981	9.875400	3631766.
1946	6.107800	4.060000	1982	9.919800	9616076.
1947	6.267300	4.610000	1983	10.14260	4.27D+07
1948	6.034800	5.210000	1984	10.14940	3.10D+08

FUENTE: "ESTUDIOS", Fundación Mediterránea, Año 9, N°39, Jul/Set 1986.

AÑO	CONSUMO TOTAL (en A de 1960)	PROPENSION MEDIA Y MARGINAL A AHORRAR (s) (1)	AÑO	CONSUMO TOTAL (en A de 1960)	PROPENSION MEDIA Y MARGINAL A AHORRAR (s) (1)
1913	245.5700	0.213131	1949	686.8600	0.135463
1914	191.3900	0.154684	1950	657.5800	0.131782
1915	188.2800	0.100395	1951	670.1200	0.187108
1916	203.9500	0.091481	1952	644.3400	0.167370
1917	203.0100	0.075246	1953	632.6200	0.170463
1918	213.1600	0.064153	1954	686.0800	0.155270
1919	216.8500	0.072346	1955	753.6300	0.162760
1920	234.4000	0.118625	1956	764.1900	0.149158
1921	252.4900	0.133813	1957	799.1600	0.159602
1922	249.0300	0.145450	1958	843.7400	0.164872
1923	291.6600	0.180993	1959	781.3700	0.156363
1924	291.9700	0.180160	1960	806.3700	0.213450
1925	339.6900	0.176103	1961	886.6200	0.218509
1926	351.4400	0.165697	1962	849.8100	0.204198
1927	262.4300	0.177708	1963	832.5800	0.171518
1928	375.5600	0.198886	1964	917.8600	0.195892
1929	388.8200	0.217513	1965	993.4600	0.192471
1930	391.7600	0.192122	1966	1001.580	0.177495
1931	307.4700	0.126336	1967	1026.910	0.180704
1932	299.7300	0.091648	1968	1066.570	0.191664
1933	334.2500	0.097785	1969	1131.040	0.214459
1934	354.3000	0.120102	1970	1174.150	0.210483
1935	364.5300	0.143619	1971	1225.930	0.233338
1936	370.0800	0.169885	1972	1241.050	0.229756
1937	419.7400	0.143856	1973	1284.090	0.212141
1938	451.8600	0.157920	1974	1393.870	0.204312
1939	429.8700	0.127522	1975	1410.620	0.209255
1940	447.3200	0.115657	1976	1285.190	0.222996
1941	470.1200	0.095623	1977	1303.880	0.249275
1942	468.6700	0.097392	1978	1274.500	0.218906
1943	446.0500	0.095228	1979	1444.390	0.221786
1944	511.8300	0.065274	1980	1529.830	0.237305
1945	480.5500	0.102957	1981	1481.470	0.194757
1946	546.4600	0.117603	1982	1308.770	0.174022
1947	643.0300	0.166467	1983	1355.800	0.154207
1948	705.2300	0.159202	1984	1456.560	0.123802

FUENTE: "ESTUDIOS", Fundación Mediterránea, Año 9, N°39, Jul/Set 1986.

(1) : Ex-post, inversión (I) y ahorro (S) son iguales. Para obtener entonces la propensión media y marginal a ahorrar (s) se dividió la inversión neta por el producto bruto interno.

AÑO	RELACION CAPITAL PRODUCTO (v) (1)	INVERSION NETA FIJA TOTAL (en A de 1960) (2)	AÑO	RELACION CAPITAL PRODUCTO (v) (1)	INVERSION NETA FIJA TOTAL (en A de 1960) (2)
1913	3.381546	55.11150	1949	2.210858	101.8520
1914	3.860921	35.85723	1950	2.251307	99.52840
1915	3.850148	23.39508	1951	2.209661	146.8051
1916	3.957670	20.70405	1952	2.394245	124.7109
1917	4.272526	15.64968	1953	2.340653	133.7472
1918	3.574012	15.78870	1954	2.292044	126.8558
1919	3.424910	18.45987	1955	2.195724	142.3664
1920	3.236766	32.47110	1956	2.187740	134.0947
1921	3.224450	37.56519	1957	2.139110	150.9161
1922	3.036710	44.09913	1958	2.069491	165.4139
1923	2.872931	60.92055	1959	2.279406	146.7455
1924	2.772572	65.36919	1960	2.157843	216.0966
1925	2.880746	63.63144	1961	2.102555	236.9298
1926	2.834587	62.75760	1962	2.241652	217.8940
1927	2.755288	72.08186	1963	2.373867	178.6804
1928	2.726302	85.66611	1964	2.207785	225.0932
1929	2.755498	98.00909	1965	2.074205	241.4281
1930	2.987452	82.98501	1966	2.132741	224.0804
1931	3.228680	50.78202	1967	2.157547	234.1693
1932	3.315837	35.61891	1968	2.138211	259.0439
1933	3.154506	39.78951	1969	2.051522	314.6023
1934	2.944218	52.72830	1970	2.049058	337.7590
1935	2.842861	65.79618	1971	2.088406	374.1624
1936	2.823310	78.47679	1972	2.164659	375.5427
1937	2.685452	71.26761	1973	2.211354	358.7113
1938	2.745402	78.47679	1974	2.196447	365.1559
1939	2.677145	65.79618	1975	2.321920	372.5537
1940	2.647760	60.64251	1976	2.453347	395.1743
1941	2.523336	52.75809	1977	2.424326	469.8975
1942	2.499193	54.32703	1978	2.662352	398.7391
1943	2.514891	52.75809	1979	2.600942	431.0811
1944	2.275883	40.23636	1980	2.702681	464.6743
1945	2.367129	61.42698	1981	2.956596	357.5793
1946	2.210768	76.43121	1982	3.162189	302.8749
1947	2.088895	120.2225	1983	3.093445	276.6299
1948	2.087375	121.2751	1984	3.028053	226.6125

FUENTE: "ESTUDIOS", Fundación Mediterránea, Año 9, N°39, Jul/Set 1986.

(1): v Es el cociente entre el stock de capital y el producto bruto interno.

(2): Se ha supuesto una asignación anual para la depreciación del capital del 0,7%.

BIBLIOGRAFIA

_ A. H. PETREI : "El Desarrollo de la Economía Argentina en el período 1950 - 1960, una aplicación del modelo de E. Domar", Separata de la "Revista de Economía", Banco de la Provincia de Córdoba, 1962.

_ R. F. HARROD: "Second Essay in Dinamic Theory", Economic Journal 1960.

_ E. D. DOMAR: "Capital Expansion, Rate of Growth and Employment", Econométrica 1946.

_ H. G. JONES: "An Introduction To Modern Theories Of Economic Growth", Caps 2,3,7. Mc Graw - Hill 1976

_ F. H. HAHN y R. C. O. MATHEWS : "The Theory Of Economic Growth: A Survey", Economic Journal, 1964

_ FUNDACION MEDITERRANEA: "Estudios", cuadros 1 a 6, año 9, N°39, Julio/ Setiembre 1986.

_ R. DORNBUSCH y S. FISCHER. "Macroeconomía", Caps 6 y 7, Mc Graw - Hill,1985.

_ A. CHIANG: "Métodos fundamentales de Economía Matemática", Caps 13,14,15, amorrortu, 1982.

_ D. GUJARATI, "Econometría Básica", Cap. 11, Mc Graw - Hill, 1978.

_ J. JOHNSTON, "Métodos de Econometría", Cap. 10, Pág 333, Vicens - Vives 197